

1. Construções geométricas: as três primeiras proposições dos *Elementos*

Resumo

1. Um dos tópicos mais antigos e importantes da geometria diz respeito às construções geométricas. Os *Elementos* de Euclides podem num sentido muito real ser considerados como um manual com instruções e propostas relativos a um jogo, o jogo das construções geométricas com compasso e régua não graduada. Os postulados são as regras do jogo, as definições referem-se às peças com que se joga, e as proposições são os diferentes desafios propostos a quem se disponha a jogar. Quando é proposto um desafio, podemos utilizar os ensinamentos obtidos na resolução dos desafios anteriores, Por isso, os desafios vão aumentando de complexidade ao longo dos 13 livros dos *Elementos*. Por exemplo, as últimas proposições do livro I (designadas por I.47 e I.48, o que significa proposições 47 e 48 do livro I) referem-se ao teorema de Pitágoras e utilizam os conhecimentos obtidos em mais de duas dezenas de proposições demonstradas ao longo do livro I (além, naturalmente, dos postulados e das noções comuns).

2. Tendo em conta o que dissemos acima, uma boa introdução ao tópico das construções geométricas é examinar com cuidado as escolhas de Euclides no que diz respeito às primeiras propostas. Por exemplo, a primeira proposição do livro I – que consiste em descobrir uma construção do triângulo equilátero (e naturalmente em demonstrar que o triângulo construído é realmente equilátero – é em si intrigante... Porque escolhe Euclides, como primeiro desafio, a construção de um triângulo equilátero (porque não um quadrado, ou um triângulo isósceles)? Note-se que, por se tratar da primeira proposição, apenas nos podemos socorrer dos postulados e das noções comuns, nenhum ensinamento proveniente de alguma construção anterior está à nossa disposição! A análise atenta das duas proposições seguintes, I.2 e I.3, em conjunto com a primeira I.1, vai dar-nos alguma indicação sobre as escolhas de Euclides e constitui uma ótima experiência inicial de trabalho em geometria com o *Geometer's Sketchpad*, programa que permite modelar com fidelidade as regras euclidianas do jogo das transformações geométricas.

3. Este tópico das construções geométricas é praticamente inesgotável. Indicam-se a seguir possíveis extensões no estudo das construções geométricas:

- os três problemas clássicos da geometria grega – duplicação do cubo, trissecção do ângulo e quadratura do círculo – e demonstração da sua impossibilidade no âmbito da geometria euclidiana;
- “outros jogos” de construções geométricas – apenas com compasso, apenas com régua graduada, por dobragens, etc.PT01

Recursos

Textos de apoio

- [TA1.01. Construções geométricas/Introdução](#)
Apresentação em powerpoint das construções geométricas euclidianas; contra-exemplo: trissecção do ângulo com a régua graduada
- [TA1.02. Teorema de Pitágoras nos *Elementos*](#)
Encadeamento das proposições dos *Elementos* necessárias para a demonstração do teorema de Pitágoras
- [TA1.03. Quadros da história da geometria](#)
Quadros da história da geometria (páginas 384 a 388 do livro *Geometria: temas actuais*)
- [TA1.04. Construções geométricas: o prazer dos deuses...](#)
Artigo publicado na revista *Educação e Matemática*, nº
- [TA1.05. O triunfo da álgebra](#)
Artigo publicado na revista *Educação e Matemática*, nº 85

Propostas de trabalho

- [PT1.01. Actividades iniciais relativas às construções geométricas.](#)

Um conjunto de propostas relativas ao tema das construções geométricas euclidianas.

Documentos Sketchpad

- [DS1.01. Proposições I.1, I.2 e I.3 dos Elementos](#)

Três documentos Sketchpad com a apresentação da demonstração destas proposições

- [DS2.02. Trisseção do ângulo](#)

Solução de Arquimedes com régua graduada

Links

- [Elementos de Euclides de David Joyce](#)

Um site famoso com a tradução em inglês da obra de Euclides, incluindo ilustrações interactivas

Bibliografia

- *Geometric Constructions*, de G. Martin: um livro muito completo e rigoroso sobre os diversos “jogos” de construções geométricas
- *Geometria: temas actuais*, E. V. — ver em particular o texto obre a história dos 3 problemas clássicos e o capítulo sobre a formalização.