



Demonstração por Euclides de que não podem existir mais do que cinco poliedros regulares

A investigação que fizeste e a conclusão a que deves ter chegado de que apenas podem existir cinco poliedros regulares — o tetraedro, o cubo, o octaedro, o icosaedro e o dodecaedro — foi feita pela primeira vez por matemáticos gregos, alguns séculos antes da nossa era. Os livros de matemática desse tempo perderam-se quase todos. Mas existe um, muito célebre, chamado *Elementos*, escrito pelo matemático Euclides, onde aparece escrita essa demonstração de que apenas existem cinco poliedros regulares. Euclides era investigador e professor de matemática em Alexandria, que é hoje no Egipto, mas que naquele tempo — cerca de 300 anos antes da nossa era — pertencia à Grécia. Pouco se sabe da sua vida além disto. Os *Elementos* de Euclides têm 13 livros, dos quais os dois últimos são dedicados à geometria no espaço. O teorema sobre os poliedros regulares é o último do 13º livro.

Quando leres o texto de Euclides, nota que:

- Euclides chama figuras também aos sólidos no espaço, e não apenas às figuras no plano;
- em vez de dizer polígonos regulares, Euclides diz polígonos equiláteros e equiângulos; será a mesma coisa?
- ângulo sólido é a figura formada por um vértice e pelas faces que nele se encontram.

Enunciado e demonstração de Euclides:

Digo de seguida que *mais nenhuma figura, para além das referidas cinco, pode ser construída por polígonos equiláteros e equiângulos iguais uns aos outros.*

Pois um ângulo sólido não pode ser construído com dois triângulos, ou mesmo dois ângulos planos.

Com três triângulos constrói-se o ângulo da pirâmide, com quatro o ângulo do octaedro e com cinco o ângulo do icosaedro;

mas um ângulo sólido não pode ser formado por seis triângulos equiláteros e equiângulos colocados num mesmo ponto, pois, como o ângulo do triângulo equilátero é dois terços de um ângulo recto, os seis serão iguais a quatro ângulos rectos:

o que é impossível, pois qualquer ângulo sólido é formado por menos do que quatro ângulos rectos.

Pela mesma razão, também um ângulo sólido não pode ser construído por mais que seis ângulos planos.

Com três quadrados forma-se o ângulo do cubo, mas com quatro é impossível formar um ângulo sólido pois haveria outra vez quatro ângulos rectos.

Com três pentágonos equiláteros e equiângulos forma-se o ângulo do dodecaedro;
mas com quatro, é impossível formar qualquer ângulo sólido,
pois, o ângulo do pentágono equilátero sendo um ângulo recto e um quinto, os quatro ângulos serão
maiores que quatro ângulos rectos:

o que é impossível.

Da mesma forma qualquer outro ângulo sólido não pode ser formado por outras figuras poligonais
pelas mesmas razões de absurdo.

Por conseguinte, etc.

c.q.d.