

PTIII.01. Problemas

A. As *transformações geométricas* são um auxiliar precioso na resolução de muitos problemas de geometria. São propostos em seguida numerosos problemas de geometria que embora possam ser resolvidos por outros métodos, servem para exemplificar o poder das transformações geométricas na sua resolução. Tente resolvê-los com o auxílio do *Sketchpad* e dos comandos deste programa relativos às transformações geométricas.

Nas suas explorações, deve tentar formular conjecturas, adquirir a convicção de que tem a solução de um problema ou de uma construção. Depois, deve tentar perceber porque está correcta a solução encontrada, ou porque é verdadeira (ou não) a sua conjectura. Deve fazer sempre um esforço para conseguir encontrar uma demonstração dos resultados que julga ter encontrado.

Nos problemas de geometria, é sempre frutuoso imaginar a solução ou construção final, e tirar daí relações entre os objectos, que sugiram como pode ser realmente obtida a construção pedida. Este é um método clássico que foi sempre usado por todos os matemáticos, sobretudo em problemas de geometria. Utilize o *Sketchpad* para seguir este método.

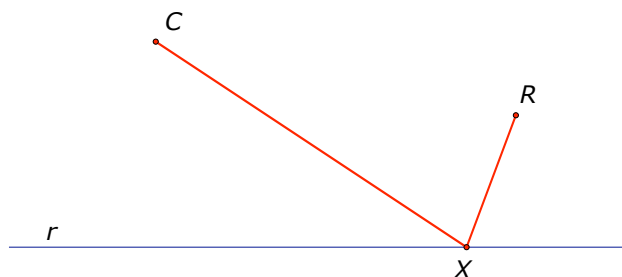
No ficheiro **06. Transformações geométricas/problemas** (ver em **Documentos Sketchpad**) encontrará estes problemas resolvidos – mas não a sua resolução...– e por vezes sugestões para a sua resolução.

B. Origem destes problemas. A maior parte deste problemas surgiram em várias publicações e a sua origem é (para mim) desconhecida. Indicamos as fontes que conhecemos:

C. Enunciados

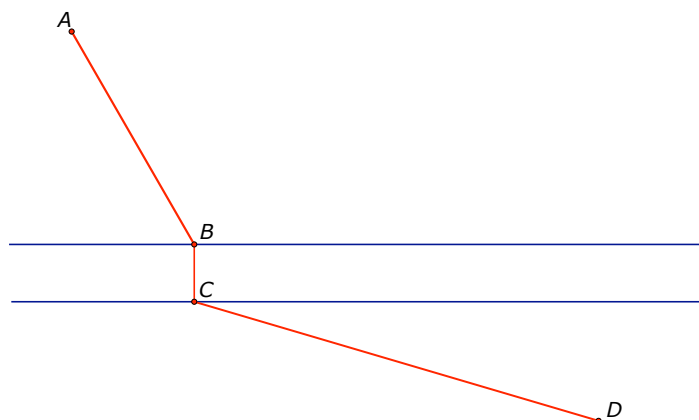
I. Clementina e o roseiral

A Clementina vai todas as tardes regar o seu roseiral. Sai de casa (ponto C) com um regador, vai enchê-lo a uma ribeira (recta r) e depois dirige-se ao roseiral (ponto R). Determinar o ponto X em r tal que o trajecto $CX + XR$ seja o mais curto possível.



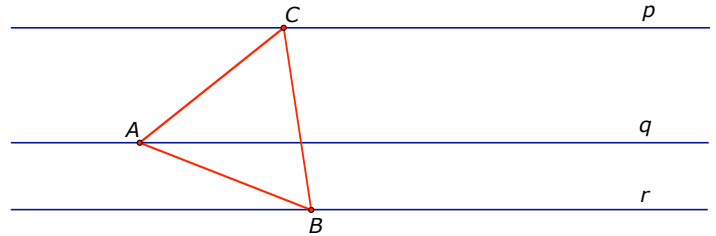
II. Onde construir a ponte?

Entre duas cidades A e D , existe um rio de margens paralelas, como na figura. Pretende-se construir uma ponte BC no rio (perpendicular às margens) mas em tal posição que o trajecto entre as duas cidades (a linha poligonal $ABCD$) tenha o menor comprimento possível. Em que local do rio devemos colocar a extremidade B da ponte?



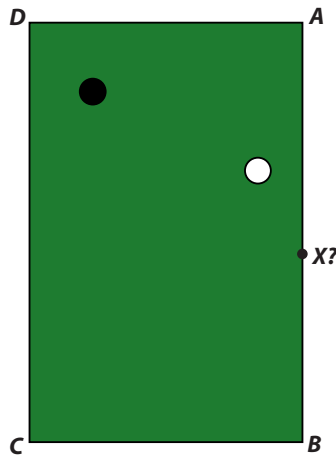
III. Inscrever um triângulo equilátero em três rectas paralelas

Sendo p, q e r três rectas paralelas quaisquer, construir um triângulo equilátero ABC de modo que cada um dos seus vértices fique sobre uma das rectas.



IV. Três tabelas

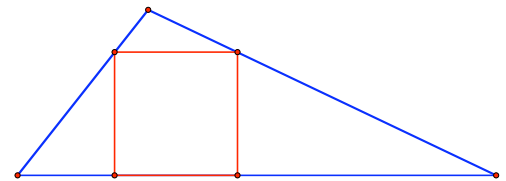
Num jogo de bilhar às três tabelas, um jogador pretende, jogando com a bola branca BR , bater em três tabelas antes de bater com a bola na bola preta PR (ver figura). Para que ponto X da tabela AB deve apontar a bola?



V. Quadrado inscrito num triângulo

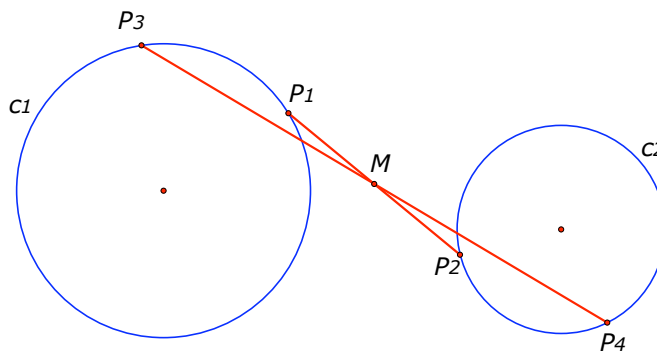
Inscrever um quadrado num triângulo qualquer. Inscrever significa aqui com um lado do quadrado assente sobre um dos lados do triângulo e os outros dois vértices sobre os outros dois lados do triângulo.

Nota. Se o triângulo for rectângulo, podem estar 2 lados do quadrado assentes sobre 2 lados do triângulo e o quarto vértice do quadrado assente sobre o terceiro lado do triângulo. Para certos triângulos, pode haver mais do que um quadrado inscrito.



VI. Segmento com extremidades em duas circunferências e ponto médio dado

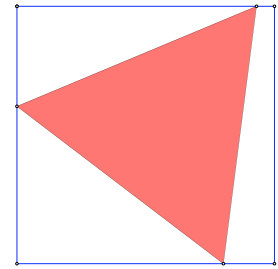
São dadas duas circunferências, c_1 e c_2 , e um ponto M exterior às duas. Encontrar dois pontos, P_1 e P_2 , em que P_1 está em c_1 e P_2 está em c_2 , e tais que o ponto médio do segmento P_1P_2 seja M .



Nota: no caso da figura, existem duas soluções.

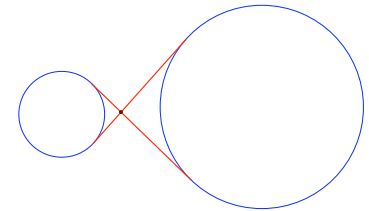
VII. Triângulo equilátero inscrito num quadrado

Inscrever um triângulo equilátero num quadrado. Deve ser possível deslocar um vértice do triângulo sobre os lados do quadrado e ver o triângulo equilátero alterar a sua posição e dimensão de modo a manter-se inscrito.



VIII. Homotetia entre duas circunferências

Dois circunferências são sempre homotéticas! Encontrar centros (ou centros?) e razões de homotetia.

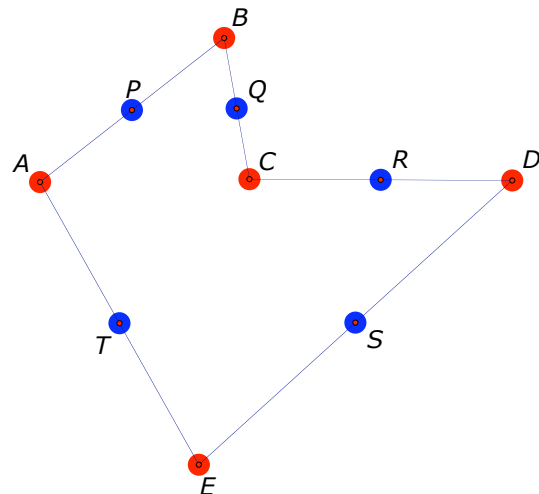


IX. Dois pentágonos...

De um pentágono $ABCDE$ apenas conhecemos os pontos médios dos lados:

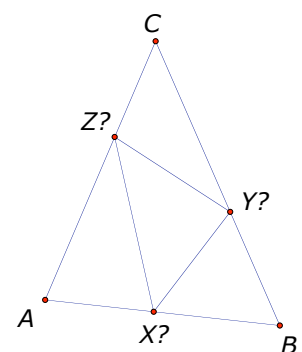
P , ponto médio de AB ; Q , ponto médio de BC ; e analogamente para R , S e T e os lados CD , DE e EA .

Determinar o pentágono $ABCDE$.



X. Triângulo inscrito de perímetro mínimo

Inscrever, num triângulo acutângulo ABC , o triângulo XYZ de perímetro mínimo.



XYZ de perímetro mínimo