

PTIII.02A. Conceitos preservados pelas transformações do texto de apoio 02

Nesta investigação pretende-se, relativamente às transformações apresentadas como exemplos no texto de apoio 02, determinar quais os conceitos básicos geométricos que são preservados. Exemplos de conceitos básicos são por exemplo o de *recta*, de *segmento de recta*, de *circunferência*, de *paralelismo*, de *ângulo*, de *distância*, etc. Uma transformação geométrica T em \mathbb{R}^2 preserva o conceito de recta se, qualquer que seja a recta r em \mathbb{R}^2 , o transformado $T(r)$ é ainda uma recta em \mathbb{R}^2 . Uma maneira abreviada de exprimir esta propriedade da transformação T consiste em escrever que “ T transforma rectas em rectas”. Outro exemplo: uma transformação T em \mathbb{R}^2 preserva as distâncias se, definida uma distância em \mathbb{R}^2 — ou seja, como é conhecido, uma aplicação $dist$ que faz corresponder, a cada par de pontos A, B em \mathbb{R}^2 , um número real positivo ou nulo, verificando certas condições), se tem $dist(T(A), T(B)) = dist(A, B)$.

As transformações que iremos estudar são os exemplos que constam do texto de apoio 02, ou seja: **rotação, translação, reflexão, dilação, semelhança em espiral, inversão**. Note-se que esta última transformação diz respeito não a \mathbb{R}^2 mas a $\mathbb{R}^2 \cup \{\Omega\}$. Quanto às propriedades, damos em seguida os nomes que serão usados na tabela que iremos construir e algumas indicações para concretizar melhor o que se pretende:

recta — T transforma rectas em rectas;

circ — T transforma circunferências em circunferências;

segm — T transforma segmentos de recta em segmentos de recta;

dist — T verifica a condição $dist(T(A), T(B)) = dist(A, B)$ para quaisquer pontos A e B de \mathbb{R}^2 ;

paral — T transforma rectas paralelas em rectas paralelas;

âng — T preserva os ângulos (isto é, transforma qualquer ângulo noutra ângulo igual);

sent âng — T preserva o sentido dos ângulos;

rdist — T preserva a razão das distâncias

orient — T conserva a orientação nos triângulos.

O que se pretende portanto com esta investigação é preencher uma tabela do tipo que apresentamos a seguir. Deve usar-se o *Sketchpad* para modelar as transformações e preencher a tabela, de forma provisória, com as conjecturas que forem formuladas ao longo da investigação. A demonstração ou refutação dessas conjecturas é simples em muitos casos, noutros não.

	<i>rotação</i>	<i>translação</i>	<i>reflexão</i>	<i>dilação</i>	<i>semelhança em espiral</i>	<i>inversão</i>
<i>espaço</i>	\mathbb{R}^2	\mathbb{R}^2	\mathbb{R}^2	\mathbb{R}^2	\mathbb{R}^2	$\mathbb{R}^2 \cup \{\Omega\}$
<i>recta</i>	sim					não?
<i>paral</i>						
<i>segm</i>						
<i>circ</i>						
<i>dist</i>						
<i>âng</i>						
<i>rdist</i>						
<i>sent âng</i>						
<i>orient</i>						