

PTIII.03. Isometrias entre segmentos e entre triângulos

Nesta investigação vamos considerar as isometrias (no plano) *rotação*, *translação* e *reflexão*. Trabalhando no *Sketchpad*, iremos tentar encontrar, de modo experimental e intuitivo, rotações, translações ou reflexões que, dados dois segmentos congruentes (e depois dois triângulos congruentes), transformem um no outro, tentando explorar dinamicamente todas as situações possíveis.

I. Segmentos congruentes

a) Abra um *sketch* em branco. Pense num processo para construir dois segmentos AB e CD congruentes (mesmo comprimento). Arrastando as suas extremidades, os segmentos devem manter-se sempre congruentes, embora não nas mesmas posições. Devem estar na posição mais geral possível.

b) Procure agora de forma sistemática *rotações*, *translações* e *reflexões* que transformem AB em CD . Note que

- pode acontecer que apenas para certas posições relativas dos segmentos exista determinado tipo de isometria que transforme um no outro – refira esses casos;
- dê em cada caso uma resposta tão completa quanto possível, do tipo (se se tratar por exemplo de uma rotação): para AB e CD em tal posição... (especifique), existe uma rotação com o centro em tal ponto (especifique) e com o ângulo ... (especifique) que transforma AB em CD .

II. Triângulos congruentes (mesma orientação)

a) Abra um *sketch* em branco. Pense num processo para construir dois triângulos ABC e DEF congruentes (lados iguais) e com a mesma orientação. Arrastando os seus vértices, os triângulos devem manter-se sempre congruentes, embora não nas mesmas posições.

b) Procure agora de forma sistemática *rotações*, *translações* e *reflexões* que transformem ABC em DEF . Note que

- pode acontecer que apenas para certas posições relativas dos triângulos exista determinado tipo de isometria que transforme um no outro – refira esses casos;
- dê em cada caso uma resposta tão completa quanto possível, do tipo (se por exemplo se tratar de uma rotação: para ABC e DEF em tal posição... (especifique), existe uma rotação com o centro em tal ponto (especifique) e com o ângulo ... (especifique) que transforma ABC em DEF .

III. Triângulos congruentes (orientações opostas).

a) Questão análoga à da alínea a) do número II (mas com triângulos com orientações opostas).

b) Questão análoga à da alínea b) do número II.

IV. Reflexão deslizante

Se em algum dos casos anteriores não conseguiu encontrar nem uma rotação, nem uma translação, nem uma reflexão que transformasse o segmento AB (ou o triângulo ABC) no segmento CD (ou no triângulo DEF)

a) tente ver se é possível encontrar uma composição de uma translação e de uma reflexão (de eixo paralelo ao vector de translação) que resolva o problema posto. Isso quererá dizer que se juntar à rotação, à reflexão e à translação a reflexão deslizante, poderá afirmar que:

Dados dois triângulos congruentes, é sempre possível encontrar uma reflexão, uma rotação, uma translação ou uma reflexão deslizante que transforme um no outro.

Este é o chamado teorema da classificação das isometrias.